

ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი
კომპიუტერულ მეცნიერებათა დეპარტამენტი

დავით ცხონდია

ერთი სტატისტიკური წესის ავტომატური რეალიზაციები

სამაგისტრო პროგრამა: ინფორმაციული სისტემები

სამაგისტრო ნაშრომი შესრულებულია ინფორმაციულ სისტემებში მეცნიერების მაგისტრის
აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად

ხელმძღვანელი: ტარიელ ხვედელიძე
ფიზ.-მათ. მეცნიერებათა კანდიდატი,
ასოცირებული პროფესორი

თბილისი

2017

სარჩევი

ანოტაცია	გვ.3
§ 1. ზოგადი ცნებები შემთხვევით გარემოში ავტომატების ფუნქციონირების შესახებ.....	გვ.5
§ 2. ტერნარულ შემთხვევით გარემოში სასრული ავტომატების ქცევის ალგორითმები...გვ.8	
§ 3. ტერნარულ შემთხვევით გარემოში სასრული ავტომატების ასიმპტოტური ქცევის ანალიზი.....	გვ.11
§ 4. ტერნარულ შემთხვევით გარემოში უსასრულო ავტომატების ქცევის შედარებითი ანალიზი.....	გვ.14
დასკვნა	გვ.20
გამოყენებული ლიტერატურა	გვ.20
დანართი	გვ.21

ანოტაცია

სასრული ავტომატები წარმოადგენენ მეტად მოსახერხებელ ობიექტებს რთული სისტემების მათემატიკური მოდელების ასაგებად. ასეთ სისტემებში მარტივი ობიექტების როლში შეიძლება განხილულ იქნეს როგორც დეტერმინირებული, ასევე ალბათური (სტოქასტური) სტრუქტურის სასრული ავტომატები.

სტაციონარულ შემთხვევით გარემოში ავტომატების ქცევით ამოცანებში განსაკუთრებულ ინტერესს იწვევს ისეთი ავტომატები, რომელთა ქცევა მიზანშეწონილია და რომელთა სტრუქტურაშიც არავითარი ინფორმაცია არაა იმის შესახებ, თუ როგორ სტაციონარულ გარემოში უხდებათ მათ ფუნქციონირება. ასეთი ავტომატების სტრუქტურა უნდა უზრუნველყოფდეს სიმეტრიულობის თვისებას: ავტომატის მიერ სხვადასხვა მოქმედების შესრულებისას ავტომატის შესასვლელზე შემავალი სიგნალების ერთი და იგივე მიმდევრობის შემთხვევაში ავტომატის ქცევა უნდა იყოს ერთნაირი. სტაციონარულ შემთხვევით გარემოში ავტომატის ქცევის ამოცანა, როგორც განუზღვრელობის პირობებში რაიმე კრიტერიუმის მიხედვით საუკეთესოს არჩევის ამოცანა, ჩამოყალიბებულ და განვითარებულ იქნა მ. ცეტლინის მიერ [1]. უმარტივეს შემთხვევაში გარემო ავტომატის მოქმედებაზე რეაგირებს ორნაირად: რაიმე ალბათობებით „აჯილდოვებს“ ან „აჯარიმებს“ ავტომატს. გარემოს შესახებ ავტომატს აპრიორული ინფორმაცია არ გააჩნია. ასეთ გარემოში ავტომატის ქცევა ითვლება მიზანშეწონილად, თუ ავტომატის საშუალო მოგება აღემატება ისეთი ავტომატის მოგებას, რომელიც თავის მოქმედებას ირჩევს გარემოს რეაქციებისაგან დამოუკიდებლად და თანაბარალბათურად. მაგრამ, როგორც სხვადასხვა ავტორთა გამოკვლევებმა აჩვენა (იხ. მაგ. [2-5]), ისეთი ავტომატის აგება, რომელიც რაიმე კრიტერიუმის მიხედვით საუკეთესო იქნება ნებისმიერ გარემოში, არარეალურია. აქედან გამომდინარე, მეტად მნიშვნელოვანია ავტომატების ფართო კლასების კონსტრუქციების აგება და მათი ქცევის ძირითადი სტატისტიკური მახასიათებლების გამოსათვლელი ანალიტიკური და რიცხვითი მეთოდების შემუშავება, რომლებიც შეიძლება გამოყენებულ იქნას სხვადასხვა პრაქტიკული ამოცანების გადასაწყვეტად.

სამაგისტრო ნაშრომში, რეკურენტულ ხდომილობათა თეორიიდან ცნობილი სტატისტიკური წესის: „ან m სიგრძის წარმატებათა სერია, ან l სიგრძის წარუმატებლობათა სერია“ საფუძველზე აგებულია სამი შესაძლებელი რეაქციის მქონე (მოგება, წაგება, ინდიფერენტულობა) სტაციონარულ შემთხვევით გარემოში სასრული ავტომატების კონსტრუქციები (ქცევის ალგორითმები). შემთხვევითი ხეტიალის თეორიის მეთოდებით მიღებულია ფორმულები განსახილველი ავტომატების მოქმედების შეცვლის ალბათობის მაწარმოებელი ფუნქციებისათვის, რომელთა საშუალებითაც გამოითვლება ავტომატების ქცევის ძირითადი სტატისტიკური მახასიათებლები. ნაჩვენებია აგრეთვე, რომ განსახილველი კონსტრუქციების სასრული ავტომატების მიმდევრობა კრებადია იმავე სტრუქტურის უსასრულო (მდგომარეობათა თვლადი რიცხვით) ავტომატებისაკენ და გამოკვლეული და ჩამოყალიბებულია მათი შესაძლებელი ქცევა.

აღნიშნულ საკითხებთან დაკავშირებით ჩატარებულია მანქანური ექსპერიმენტები. მოყვანილია მიღებული შედეგების გრაფიკები და ჩატარებულია შესაბამისი ანალიზი.

Annotation

Finite automata are the most convenient objects for constructing mathematical models of complex systems. The role of simple objects in such systems can be considered as finite automata for both deterministic and probabilistic (stochastic) structures.

In the stationary random environment, the task of the automaton is special interest in the automata that the behavior of which is advisable and the structure of which does not have any information about the functionality of the stationary environment. The structure of such automaton should ensure the symmetry: In case of different actions by the automaton, the automaton's behavior should be identical if series of signals on the entrance of the automaton are same. The problem of automaton conducting in the stationary random environment, as in the case of nondeterministic, the task of choosing the best of any criterion, was formulated and developed by Tsetlin [1]. In the simplest case, environment reactions to the automaton actions are: either "reward" or "fine" the automaton. The automaton on the environment does not have prior information. Automaton behavior in such an environment is considered advisable if the average profit of the automaton exceeds the gain of a automaton that chooses to act independently from the environmental reactions and equally. However, as research by various authors has shown (see, for example, [2-5]), such a automaton can be better than any criterion in any environment. Consequently, it is important to build a wide range of automaton-building structures and develop analytical and numerical methods to calculate the basic statistical characteristics of their behavior that can be used to solve various practical problems.

In the master's thesis, a series of well-known statistical rules from the theory of recuperative sequences: "m series of successes, or l series of failures" are based on three possible reactions (win, loss, indifference) in stationary random constructions of finite automata (algorithms of behavior). The methods of the random walk theory have been adopted by the formulas for the possibilities of the probability of changing the action of the engines which are calculated by the basic statistical characteristics of the automaton's behavior. It is also shown that the sequence of the construction of the constructed structures is bound to the infinite structure of the same structure, and is researched and analyzed.

Automaton experiments have been conducted on these issues. The graphs of the obtained results are presented and the relevant analysis has been conducted.

§ 1. ზოგადი ცნებები შემთხვევით გარემოში ავტომატების ფუნქციონირების შესახებ

ავტომატის ქვეშ იგულისხმება რაიმე მოწყობილობა, რომელიც ფუნქციონირებს დისკრეტული დროის $t = 1, 2, \dots$ მომენტებში და გააჩნიათ შემდეგი თვისებები:

ა) ამ მოწყობილობას გააჩნია შიგა მდგომარეობათა სასრული ან თვლადი სიმრავლე. დროის ყოველ t მომენტში ავტომატი იმყოფება ამ მდგომარეობებიდან ერთ-ერთში.

ბ) ავტომატს შეუძლია შეასრულოს სასრული რაოდენობის რაიმე მოქმედება, რომლის არჩევაც დამოკიდებულია ავტომატის შიგა მდგომარეობაზე.

გ) ავტომატს შესასვლელზე შეუძლია მიიღოს სასრული რაოდენობის შემავალი სიგნალები და მიღებულ სიგნალებზე დამოკიდებულებით ცვალოს თავისი შიგა მდგომარეობები.

მაშასადამე, სტოქასტური (ალბათური) ავტომატი ფორმალურად განიმარტება როგორც

$$A_k = \langle S, F_k, \pi_0, A(s), \mu(f/x) \rangle$$

სისტემა, სადაც $S = \{s_1, s_2, \dots, s_g\}$ შემავალი სიგნალების სასრული სიმრავლეა; $F_k = \{f_1, f_2, \dots, f_k\}$ - გამოშვებული სიგნალების (მოქმედებების) სასრული სიმრავლე; $L = \{x_1, x_2, \dots, x_n, \dots\}$ - შიგა მდგომარეობათა სასრული ან თვლადი სიმრავლე; π_0 - მდგომარეობათა ალბათობების საწყისი (სასტარტო) განაწილება; $A(s)$ - გადასვლის ფუნქცია, რომელიც მოიცემა სასრულგანზომილებიანი ან თვლადგანზომილებიანი გადასვლის ალბათობების ($a_{ij}(s)$) სტოქასტური მატრიცებით, სადაც

$$a_{ij}(s) = P(x(t+1) = x_j / x(t) = x_i);$$

$\mu(f/x)$ - გამოსასვლელის ფუნქცია (პირობითი ალბათური განაწილება F_k -ზე), რომელიც იძლევა $L \rightarrow F_k$ ალბათურ ასახვას.

[4]-ის მიხედვით შევუსაბამოთ A_k სტოქასტურ ავტომატს

$$A_{k,\alpha} = \langle S, F_k, L_\alpha, A^\alpha(s) \rangle, \alpha = 1, 2, \dots, k$$

ქვეავტომატები ერთადერთი f_α გამოსასვლელით და L_α ქვესიმრავლეზე ინდუცირებული $A^\alpha(s)$ გადასვლის ფუნქციებით.

ჩამოვყალიბოთ ზოგიერთი დაშვება A_k ავტომატის სტრუქტურის შესახებ:

1) ყველა $A_{k,\alpha}$, $\alpha = 1, 2, \dots, k$ ავტომატი იზომორფულია, ე.ი. განსხვავდებიან მხოლოდ მდგომარეობათა აღნიშვნით. აქედან გამომდინარეობს, რომ სასრულგანზომილებიან შემთხვევაში მდგომარეობათა L_α , $\alpha = 1, 2, \dots, k$ ქვესიმრავლეებს გააჩნიათ ელემენტების ერთი და იგივე რაოდენობა და A_k ავტომატის მდგომარეობათა L სიმრავლე წარმოადგენს $A_{k,\alpha}$ ქვეავტომატების მდგომარეობათა სიმრავლეების არაგადამკვეთი ქვესიმრავლეების გაერთიანებას:

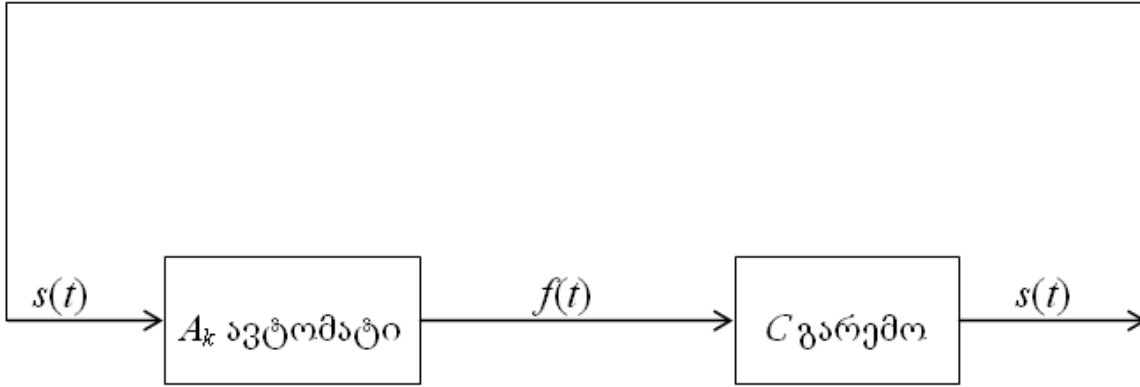
$$L = \cup_{\alpha=1}^k L_\alpha.$$

2) $L_\alpha \in L$ მდგომარეობათა ნებისმიერი ქვესიმრავლიდან შესაძლებელია მდგომარეობათა ნებისმიერ სხვა $L_\beta \in L$, $\alpha \neq \beta$ ქვესიმრავლეში გადასვლა.

შემდგომში მდგომარეობათა L_α ქვესიმრავლიდან მდგომარეობათა $L_{\alpha+1}$ ქვესიმრავლეში გადასვლისას გავითვალისწინებთ მხოლოდ ციკლურ გადასვლებს (სიმბოლოურად $L_\alpha \rightarrow L_{\alpha+1}$, $\alpha = 1, 2, \dots, k-1$, $L_k \rightarrow L_1$), ხოლო $A_k^{(n)}$ და A_k სიმბოლოებით ავლნიშნავთ შესაბამისად სასრული და უსასრულო (მდგომარეობათა თვლადი რიცხვით) ავტომატებს, $L^{(n)}$ და L_α სიმბოლოებით კი მათ მდგომარეობათა სიმრავლეს. ცხადია, რომ

$$L^{(n)} = \cup_{\alpha=1}^k L_{\alpha}^{(n)}.$$

განვიხილოთ ავტომატის ქცევა შემთხვევით C გარემოში. ეს ნიშნავს, რომ ავტომატის გამომავალი სიგნალები (მოქმედებები) წარმოადგენენ შემავალ სიგნალებს რაიმე C მოწყობილობისათვის. C გარემო ავტომატის ქცევაზე რეაგირებს საპასუხო რეაქციებით, რომლებიც ავტომატისათვის წარმოადგენს შემავალ სიგნალებს, ხოლო ავტომატი მათ იყენებს შემდგომი გადაწყვეტილებების მისაღებად (ნახ.1).



ნახ.1. ავტომატისა და შემთხვევითი გარემოს ურთიერთქმედება

ვიგულისხმობთ, რომ C გარემოს ყველა შესაძლებელი $S \in \{s_1, s_2, \dots, s_g\}$ რეაქცია ავტომატის მიერ აღიქმება, როგორც ერთ-ერთი სახის რეაქცია შემდეგი სამი კლასიდან - სასურველი რეაქციების კლასი (მოგება, დაჯილდოება, $s = +1$), არასასურველი რეაქციების კლასი (წაგება, დაჯარიმება, $s = -1$) და ნეიტრალური რეაქციების კლასი (ინდიფერენტულობა, $s = 0$).

ვიტყვი, რომ ავტომატი მოწყობილია მიზანშეწონილად, თუ იგი ხშირად იგებს და იშვიათად აგებს. ცხადია, რომ ავტომატის მიზანშეწონილობა იზრდება სასურველი რეაქციების (მოგება) რიცხვის გაზრდითა და არასასურველი რეაქციების (წაგება) რიცხვის შემცირებით.

განმარტება 1. ვიტყვი, რომ A_k ავტომატი ფუნქციონირებს სტაციონარულ $C = C(a_1, r_1; a_2, r_2; \dots; a_k, r_k)$ შემთხვევით გარემოში, თუ ავტომატის ქცევა და შემავალი სიგნალის მნიშვნელობები ერთმანეთთან დაკავშირებულია შემდეგნაირად: ავტომატის მიერ დროის t მომენტში შესრულებული f_{α} მოქმედება ავტომატის შესასვლელზე იწვევს დროის შემდგომ $t+1$ მომენტში $s = +1$ სიგნალის (მოგება) მოსვლას $q_{\alpha} = \frac{1-r_{\alpha}+a_{\alpha}}{2}$ ალბათობით, $s = -1$ სიგნალის (წაგება) მოსვლას $p_{\alpha} = \frac{1-r_{\alpha}-a_{\alpha}}{2}$ ალბათობით და $s = 0$ სიგნალის (ინდიფერენტულობა) მოსვლას $r_{\alpha} = 1 - q_{\alpha} - p_{\alpha}$ ($\alpha = 1, 2, \dots, k$) ალბათობით.

აქ $a_{\alpha} = q_{\alpha} - p_{\alpha}$ ($|a_{\alpha}| < 1 - r_{\alpha}$, $\alpha = 1, 2, \dots, k$) სიდიდეს აქვს f_{α} მოქმედების შესრულებისას მოგების მათემატიკური მოლოდინის აზრი.

განსაკუთრებულ ინტერესს იწვევს ისეთი ავტომატები, რომელთა ქცევა მიზანშეწონილია და რომელთა სტრუქტურაშიც არავითარი ინფორმაცია არაა იმის შესახებ, თუ როგორ სტაციონარულ გარემოში უხდებათ მათ ფუნქციონირება. ასეთი ავტომატების სტრუქტურა უნდა უზრუნველყოფდეს სიმეტრიულობის თვისებას: ავტომატის მიერ სხვადასხვა მოქმედების

შესრულებისას ავტომატის შესასვლელზე შემავალი სიგნალების ერთი და იგივე მიმდევრობის შემთხვევაში ავტომატის ქცევა უნდა იყოს ერთნაირი.

ვთქვათ $x_i^\alpha \in L_\alpha$, $\alpha = 1, 2, \dots, k$, $i = 1, 2, \dots, n$ $A_{k,\alpha}$ ქვეავტომატების ისეთი მდგომარეობებია, რომ $F(x_i^\alpha) = f_\alpha$.

[1]-ის ანალოგიურად, x_i^α მდგომარეობის სიღრმე ვუწოდოთ შემავალი სიგნალების უმცირეს სიგრძეს, რომელსაც x_i^α მდგომარეობა გამოჰყავს L_α ქვესიმრავლიდან. A_k ავტომატის $d(A_k)$ სიღრმე ვუწოდოთ მდგომარეობათა სიღრმეებს შორის უდიდესს. ცხადია, რომ $d(A_k) \leq n$, სადაც n არის $A_{k,\alpha}$ ქვეავტომატის მდგომარეობათა რაოდენობა.

შემდეგში ჩვენ განვიხილავთ ისეთი ავტომატების ფუნქციონირებას სტაციონარულ შემთხვევით გარემოში, რომელთა $d(A_k)$ სიღრმე ემთხვევა მდგომარეობათა n რაოდენობას: $d(A_k) = n$.

A_k ავტომატის ფუნქციონირება სტაციონარულ შემთხვევით $C(a_1, r_1; a_2, r_2; \dots; a_k, r_k)$ გარემოში აღიწერება მარკოვის ჯაჭვებით. ჩვენთვის საინტერესო შემთხვევებში ეს ჯაჭვები ერგოდულია. მამასადამე, აღნიშნულ გარემოში არსებობს ავტომატის მდგომარეობათა ფინალური ალბათობები, რომლებიც არაა დამოკიდებული საწყის მდგომარეობაზე. შესაბამისად, სტაციონარულ შემთხვევით $C(a_1, r_1; a_2, r_2; \dots; a_k, r_k)$ გარემოში A_k ავტომატის მოგების მათემატიკური $M(A_k; C)$ მოლოდინი გამოისახება ფორმულით [1-3]:

$$M(A_k; C) = \sum_{\alpha=1}^k \sigma_\alpha a_\alpha$$

სადაც σ_α , $\sum_{\alpha=1}^k \sigma_\alpha = 1$ სიდიდეებს აქვს A_k ავტომატის მიერ სტაციონარულ შემთხვევით გარემოში f_α მოქმედების შესრულების ალბათობის აზრი.

განმარტება 2. A_k ავტომატის ქცევა სტაციონარულ შემთხვევით $C(a_1, r_1; a_2, r_2; \dots; a_k, r_k)$ გარემოში მიზანშეწონილია, თუ $M(A_k; C) > M_0$; არაა მიზანშეწონილი, თუ $M(A_k; C) < M_0$; ინდიფერენტულია, თუ $M(A_k; C) = M_0$.

აქ

$$M_0 = \frac{1}{k} \sum_{\alpha=1}^k a_\alpha$$

ისეთი ავტომატის მოგების მათემატიკური მოლოდინია, რომელიც თავის მოქმედებას ირჩევს გარემოს რეაქციებისაგან დამოუკიდებლად და თანაბარალბათურად.

ცხადია, რომ

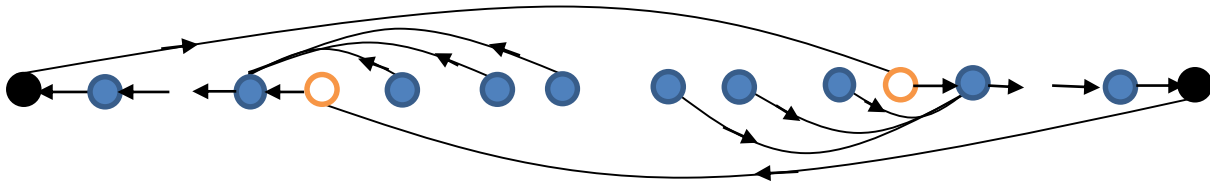
$$\min_{\alpha} a_\alpha < M(A_k; C) < \max_{\alpha} a_\alpha,$$

მაგრამ შეიძლება ავსაგოთ სასრული ავტომატების ისეთი მიმდევრობები, რომ ავტომატის მოგების მათემატიკურმა მოლოდინმა მიაღწიოს მაქსიმალურ მნიშვნელობას. ასეთ მიმდევრობებს ეწოდებათ ასიმპტოტურად ოპტიმალური მიმდევრობები.

§ 2. ტერნარულ შემთხვევით გარემოში სასრული ავტომატების ქცევის ალგორითმები

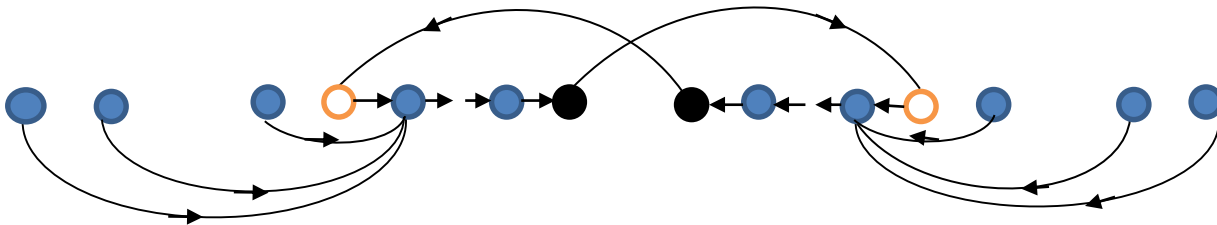
ვთქვათ სასრული $T_{2n,2}(l, m)$ ავტომატი, რომელსაც გააჩნია $2n$ ($n = l + m - 1$) რაოდენობის $L^{(n)} = L_1^{(n)} \cup L_2^{(n)} = \{-(l+m-1), \dots, -2, -1, 1, 2, \dots, (l+m-1)\}$ შიგა მდგომარეობათა სიმრავლე და შეუძლია შეასრულოს ორი f_1 და f_2 მოქმედება, ფუნქციონირებს $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$ ტერნარულ სტაციონარულ შემთხვევით გარემოში.. $T_{2n,2}(l, m)$ ავტომატის ქცევის ტაქტიკა $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$ გარემოში განვსაზღვროთ შემდეგნაირად: თუ ავტომატის შესასვლელზე მიეწოდა $s = +1$ (მოგება) სიგნალი, მაშინ ავტომატი $L_\alpha^{(n)}$ ქვესიმრავლის ნებისმიერი x მდგომარეობიდან გადადის იმავე ქვესიმრავლის $|x| = l$ მდგომარეობაში; $s = -1$ (წაგება) სიგნალის შემთხვევაში ავტომატი $|x| = i$, ($i = l, l+1, \dots, l+m-1$) მდგომარეობიდან გადადის $|x| = l-1$ მდგომარეობაში, ხოლო $|x| = i$, ($i = 2, 3, \dots, l-1$) - მდგომარეობიდან $|x| = i-1$ მდგომარეობაში; $x = 1$ მდგომარეობა გადადის $x = -l$ მდგომარეობაში, ხოლო $x = -1$ - მდგომარეობა $x = l$ მდგომარეობაში. $s = 0$ (ინდიფერენტულობა) სიგნალის შემთხვევაში ავტომატი $|x| = i$, ($i = 1, 2, \dots, l$) მდგომარეობიდან გადადის $|x| = l+1$ მდგომარეობაში, ხოლო $|x| = i$, ($i = l+1, \dots, l+m-2$) - მდგომარეობიდან $|x| = i+1$ მდგომარეობაში; $x = l+m-1$ მდგომარეობა გადადის $x = -l$ მდგომარეობაში, ხოლო $x = -(l+m-1)$ - მდგომარეობა $x = l$ მდგომარეობაში (ნახ.1).

$-(l+m-1) \quad -(l+1) \quad -l \quad -(l-1) \quad -2 \quad -1 \quad 1 \quad 2 \quad l-1 \quad l \quad l+1 \quad l+m-1$



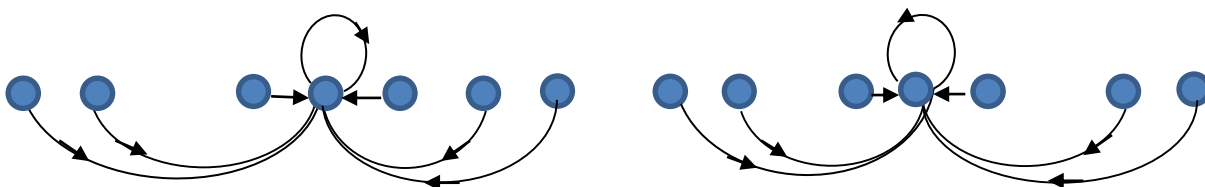
$s = 0$

$-(l+m-1) \quad -(l+1) \quad -l \quad -(l-1) \quad -2 \quad -1 \quad 1 \quad 2 \quad l-1 \quad l \quad l+1 \quad l+m-1$



$s = -1$

$-(l+m-1) \quad -(l+1) \quad -l \quad -(l-1) \quad -2 \quad -1 \quad 1 \quad 2 \quad l-1 \quad l \quad l+1 \quad l+m-1$



$s = +1$

ნახ.1. L_α , $\alpha = 1,2$ ქვესიმრავლეში $T_{2n,2}(l, m)$ ავტომატის მდგომარეობებს შორის გადასვლის გრაფი $s = 0$, $s = -1$ და $s = +1$ სიგნალის შემთხვევაში

მაშასადამე, $T_{2n,2}(l, m)$ ავტომატს აქვს ერთი შესასვლელი და ორი გამოსასვლელი: L_α , $\alpha = 1,2$ ქვესიმრავლეში შესასვლელს წარმოადგენს მდგომარეობა, რომლის ნომერია $|x| = l$, ხოლო გამოსასვლელ მდგომარეობებს $|x| = 1$ და $|x| = l + m - 1$ მდგომარეობები.

ადვილი შესამჩნევია, რომ $T_{2n,2}(l, m)$ ავტომატი მოქმედებას ცვლის იმ შემთხვევაში, თუ მის შესასვლელზე ზედიზედ მიეწოდა l სიგრძის ჯარიმა ან m სიგრძის ინდიფერენტულობა და იგი წარმოადგენს რეკურენტულ ხდომილობათა თეორიიდან ცნობილი სტატისტიკური წესის „ან l სიგრძის წარმატებათა სერია, ან m სიგრძის წარუმატებლობათა სერია“ ავტომატურ ანალოგს ტერნარულ სტაციონარულ შემთხვევით გარემოში [6]. ამ წესის ავტომატური რეალიზაცია ბინარულ სტაციონარულ შემთხვევით გარემოში განხილულია [7]- ში.

$C(a_1, r_1; a_2, r_2; \dots; a_k, r_k)$ სტაციონარულ შემთხვევით გარემოში ავტომატის შესაძლებელი ქცევის შესასწავლად მეტად მნიშვნელოვანია ავტომატის ქცევის შემდეგი სტატისტიკური მახასიათებლები [3]: f_α მოქმედების შეცვლის (ოდესმე) $\sigma_{x,\alpha}$ ალბათობა და f_α მოქმედების შეცვლის შემთხვევითი $\tau_{x,\alpha}$ დროის მათემატიკური მოლოდინი ავტომატის $x \in L_\alpha$, $\alpha = \overline{1; k}$ მდგომარეობიდან სტარტის დროს.

ვთქვათ $u_{x,d}^{(n)}$ აღნიშნავს იმის ალბათობას, რომ $T_{2n,2}(l, m)$ ავტომატი დროის d მომენტში პირველად შეცვლის f_α მოქმედებას L_α ქვესიმრავლის ნებისმიერი x მდგომარეობიდან სტარტის დროს.

$C(a_1, r_1; a_2, r_2)$ სტაციონარულ შემთხვევით გარემოში $T_{2n,2}(l, m)$ ავტომატის ქცევის ტაქტიკის გათვალისწინებით $u_{x,d}^{(n)}$ ალბათობების მიმართ მივიღებთ შემდეგ სხვაობიან განტოლებას

$$u_{x,d}^{(n)} = pu_{x-1,d}^{(n)} + ru_{l+1,d}^{(n)} + qu_{l,d}^{(n)}, \quad x = 1,2, \dots, l, \quad (1)$$

$$u_{x,d}^{(n)} = pu_{l-1,d}^{(n)} + ru_{x+1,d}^{(n)} + qu_{l,d}^{(n)}, \quad x = l + 1, \dots, l + m - 1, \quad (2)$$

$$d = 0,1,2, \dots$$

და $u_{x,d}^{(n)}$ - ს ალბათური აზრიდან გამომდინარე

$$u_{0,0}^{(n)} = 1, \quad u_{l+m,0}^{(n)} = 1, \quad u_{x,0}^{(n)} = 0 \quad \forall x \neq 0, l + m \quad (3)$$

სასაზღვრო პირობებს.

მოქმედების შეცვლის ალბათობის

$$U_x^{(n)}(z) = \sum_{d=0}^{\infty} u_{x,d}^{(n)} z^d,$$

მაწარმოებელი ფუნქციის მიმართ (1) - (3) დან მივიღებთ სასაზღვრო ამოცანას:

$$U_x^{(n)}(z) = pzU_{x-1}^{(n)}(z) + rzU_{l+1}^{(n)}(z) + qzU_l^{(n)}(z), \quad x = 1,2, \dots, l, \quad (4)$$

$$U_{l+x}^{(n)}(z) = rzU_{l+x+1}(z) + pzU_{l-1}^{(n)}(z) + qzU_l^{(n)}(z), \quad x = 1, \dots, m-1, \quad (5)$$

$$U_0^{(n)}(z) = 1, \quad U_{l+m}^{(n)}(z) = 1. \quad (6)$$

(4) – (6) - დან საბოლოოდ მივიღებთ, რომ $T_{2n,2}(l, m)$ ავტომატის მოქმედების შეცვლის $U_x^{(n)}(z)$ მაწარმოებელი ფუნქციისათვის

$$U_l^{(n)}(z) = \frac{(1-pz)(pz)^l[1-(rz)^m] + (1-rz)(rz)^m[1-(pz)^l]}{1-z + (pz+qz)(rz)^m + (qz+rz)(pz)^l - (1+qz)(rz)^m(pz)^l}. \quad (7)$$

როგორც ავღნიშნეთ (იხ. განმარტება 2), $T_{2n,2}(l, m)$ ავტომატის ქცევა მიზანშეწონილია $C(a_1, r_1; a_2, r_2; \dots; a_k, r_k)$ სტაციონარულ შემთხვევით გარემოში, თუ

$$M(T_{2n,2}(l, m); C) > M_0, \quad (8)$$

სადაც $M(T_{2n,2}(l, m); C)$ გამოითვლება

$$M(T_{2n,2}(l, m); C) = \frac{\sum_{i=1}^k a_i \tau_i^{(n)}}{\sum_{i=1}^k \tau_i^{(n)}}, \quad (9)$$

ფორმულით, ხოლო

$$M_0 = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k a_i$$

- მოგების მათემატიკური მოლოდინია, როდესაც ავტომატი მოქმედებას ირჩევს დამოუკიდებლად და თანაბარალობათურად. შევნიშნოთ, რომ როცა $M(T_{2n,2}(l, m); C) = M_0$, მაშინ $T_{2n,2}(l, m)$ ავტომატი ინდიფერენტულია, ხოლო როცა $M(T_{2n,2}(l, m); C) < M_0$ – არამიზანშეწონილი.

ვთქვათ $a_1 > a_2$. მაშინ (8) და (9) -ის გათვალისწინებით გამომდინარეობს, რომ ავტომატის მიზანშეწონილობისათვის უნდა შესრულდეს პირობა: $\tau_1^{(n)} > \tau_2^{(n)}$. შესაბამისად, როცა $\tau_1^{(n)} = \tau_2^{(n)}$ ავტომატის ქცევა ინდიფერენტულია, ხოლო როცა $\tau_1^{(n)} < \tau_2^{(n)}$ – არამიზანშეწონილი.

ავტომატის ქცევის სტატისტიკური $\sigma_{x,\alpha}$ და $\tau_{x,\alpha}$ მახასიათებლები გამოითვლებიან მაწარმოებელი ფუნქციის საშუალებით:

$$\sigma_{l,\alpha}^{(n)} = U_l^{(n)}(z) \Big|_{z=1} = 1,$$

$$\tau_{l,\alpha}^{(n)} = \frac{dU_l^{(n)}(z)}{dz} \Big|_{z=1} = \frac{(1-p_\alpha^l)(1-r_\alpha^m)}{(1-p_\alpha)p_\alpha^l + (1-r_\alpha)r_\alpha^m - (1+q_\alpha)p_\alpha^l r_\alpha^m}, \quad \alpha = 1, 2.$$

§ 3. ტერნარულ შემთხვევით გარემოში სასრული ავტომატების ასიმპტოტური ქცევის ანალიზი

განვიხილოთ ახლა $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$ გარემოში $T_{2n,2}(l, m)$ ავტომატის $T_2(l, m)$ უსასრულო (მდგომარეობათა თვლადი რიცხვით) ანალოგი, რომლის L_α ($\alpha = 1, 2$) მდგომარეობათა ქვესიმრავლეები ტოლძალოვნებია.

დავუშვათ, რომ l ფიქსირებულია და $m \rightarrow \infty$ ($n = l + m - 1 \rightarrow \infty$). მაშინ

$$U_l(z) = \frac{(1-pz)(pz)^l}{1-z+(qz+rz)(pz)^l},$$

$$\sigma_{l,\alpha} = U_l(1) = 1, \quad \tau_\alpha = \left. \frac{dU_l(z)}{dz} \right|_{z=1} = \frac{(1-p_\alpha^l)}{(1-p_\alpha)p_\alpha^l} < \infty, \quad \alpha = 1, 2. \quad (10)$$

დავუშვათ ახლა, რომ m ფიქსირებულია და $l \rightarrow \infty$ ($n = l + m - 1 \rightarrow \infty$). მაშინ

$$U_m(z) = \frac{(1-rz)(rz)^m}{1-z+(qz+pz)(rz)^m},$$

$$\sigma_{m,\alpha} = U_m(1) = 1, \quad \tau_\alpha = \left. \frac{dU_m(z)}{dz} \right|_{z=1} = \frac{(1-r_\alpha^m)}{(1-r_\alpha)r_\alpha^m} < \infty, \quad \alpha = 1, 2. \quad (11)$$

თუკი $l \rightarrow \infty$ და $m \rightarrow \infty$, მაშინ $U_l(z) = 0$, $\forall x$ და

$$\sigma_{x,\alpha} = 0, \quad \tau_{x,\alpha} = \infty. \quad (12)$$

მაშასადამე,

$$\lim_{m \rightarrow \infty} U_l^{(n)}(z) = U_l(z), \quad \lim_{l \rightarrow \infty} U_l^{(n)}(z) = U_m(z), \quad \lim_{\substack{l \rightarrow \infty \\ m \rightarrow \infty}} U_l^{(n)}(z) = U_l(z) = 0.$$

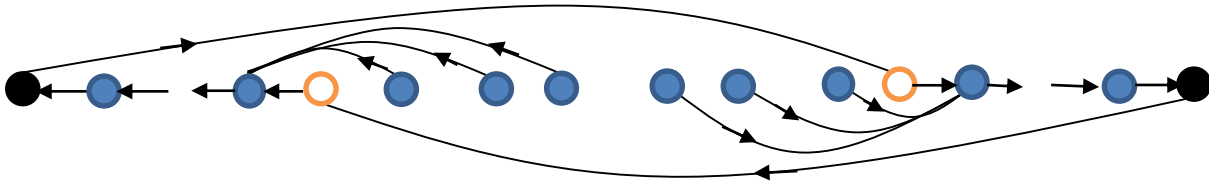
ეს თანაფარდობები ამტკიცებს, რომ $\{T_{2n,2}(l, m)\}_{l=1}^\infty$, $\{T_{2n,2}(l, m)\}_{m=1}^\infty$ და $\{T_{2n,2}(l, m)\}_{l,m=1}^\infty$ სასრული ავტომატების მიმდევრობა კრებადია იმავე სტრუქტურის შესაბამისი $T_2(\infty, m)$, $T_2(l, \infty)$ და $T_2(\infty, \infty)$ უსასრულო ავტომატებისაკენ. შესაბამისად, თანახმად [3]-ისა, სასრული $T_{2n,2}(l, m)$ ავტომატის ასიმპტოტური ქცევა სავსებით განისაზღვრება შესაბამისი ზღვრული უსასრულო ავტომატის ქცევით.

(10) - (12) ტოლობებიდან გამომდინარეობს, რომ:

1. $T_2(\infty, \infty)$ უსასრულო ავტომატის ქცევა $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$ გარემოში ინდიფერენტულია.
2. $T_2(\infty, m)$ უსასრულო ავტომატის ქცევა $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$ გარემოში:
 - მიზანშეწონილია, როცა $r_1 < r_2$;
 - არამიზანშეწონილია, როცა $r_1 > r_2$;
 - ინდიფერენტულია, როცა $r_1 = r_2$;
3. $T_2(l, \infty)$ უსასრულო ავტომატის ქცევა $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$ გარემოში:
 - მიზანშეწონილია, როცა $p_1 < p_2$;
 - არამიზანშეწონილია, როცა $p_1 > p_2$;
 - ინდიფერენტულია, როცა $p_1 = p_2$.

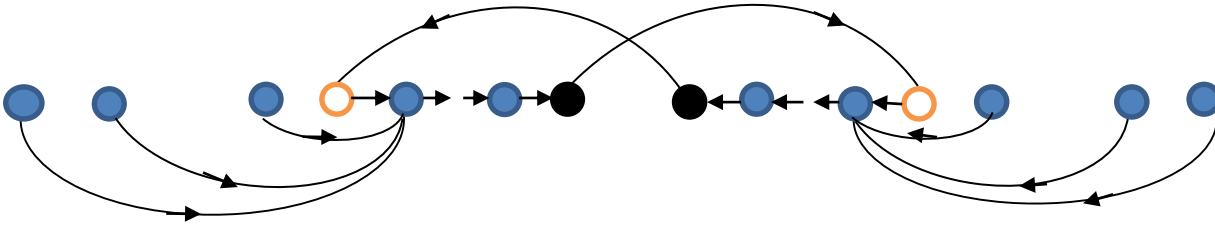
მოდისციფირება გავუკეთოთ ავტომატის ქცევის ზემოთმოყვანილ წესს შემდეგი სახით: ავტომატი ცვლის მოქმედებას, თუ ის მიიღებს l რაოდენობის ჯარიმას პირველი ნეიტრალური სიგნალის გამოჩენამდე, ან m რაოდენობის ინდიფერენტულობას პირველი ჯარიმის გამოჩენამდე (ნახ.2.)

$-(l+m-1) \quad -(l+1) \quad -l \quad -(l-1) \quad -2 \quad -1 \quad 1 \quad 2 \quad l-1 \quad l \quad l+1 \quad l+m-1$



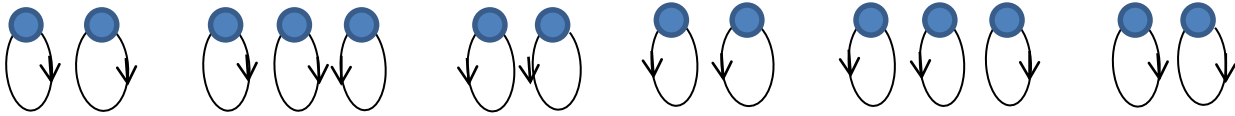
$s = 0$

$-(l+m-1) \quad -(l+1) \quad -l \quad -(l-1) \quad -2 \quad -1 \quad 1 \quad 2 \quad l-1 \quad l \quad l+1 \quad l+m-1$



$s = -1$

$-(l+m-1) \quad -(l+1) \quad -l \quad -(l-1) \quad -2 \quad -1 \quad 1 \quad 2 \quad l-1 \quad l \quad l+1 \quad l+m-1$



$s = +1$

ნახ.2. L_α , $\alpha = 1, 2$ ქვესიმრავლეში $G_{2n,2}(l, m)$ ავტომატის მდგომარეობებს შორის გადასვლის გრაფი $s = 0$, $s = -1$ და $s = +1$ სიგნალის შემთხვევაში.

მოქმედების შეცვლის ალბათობის მაწარმოებელი $U_x^{(n)}(z)$ ფუნქციისათვის მივიღებთ სასაზღვრო ამოცანას

$$U_x^{(n)}(z) = pzU_{x-1}^{(n)}(z) + rzU_{l+1}^{(n)}(z) + qzU_x^{(n)}(z), \quad x = 1, 2, \dots, l, \quad (13)$$

$$U_x^{(n)}(z) = pzU_{l-1}^{(n)}(z) + rzU_{x+1}^{(n)}(z) + qzU_x^{(n)}(z), \quad x = l + 1, \dots, l + m - 1, \quad (14)$$

$$U_0^{(n)}(z) = 1, \quad U_{l+m}^{(n)}(z) = 1. \quad (15)$$

(13) – (15) -დან საბოლოოდ მივიღებთ, რომ

$$U_l^{(n)}(z) = \frac{(1 - qz - pz)(pz)^l(1 - qz)^m + (1 - qz - rz)(rz)^m(1 - qz)^l - [2 - (1 + q)z](pz)^l(rz)^m}{(1 - z)(1 - qz)^m(1 - qz)^l + pz(1 - qz)^l(rz)^m + rz(1 - qz)^m(pz)^l - (1 - qz)(rz)^m(pz)^l}$$

მაშინ

$$\tau_{l,\alpha}^{(n)} = \frac{dU_l^{(n)}(z)}{dz} \Big|_{z=1} = \frac{(1-q\alpha)^{m+l} - (1-q\alpha)^m p_\alpha^l - (1-q\alpha)^l r_\alpha^m + p_\alpha^l r_\alpha^m}{(1-q\alpha)^m r p_\alpha^l + (1-q\alpha)^l p_\alpha r_\alpha^m - (1-q) p_\alpha^l r_\alpha^m}, \quad \alpha = 1, 2. \quad (16)$$

ვთქვათ $m \rightarrow \infty$ ($n = l + m - 1 \rightarrow \infty$). მაშინ

$$U_l(z) = \frac{(1 - qz - pz) \left(\frac{pz}{1 - qz} \right)^l}{1 - z + rz \left(\frac{pz}{1 - qz} \right)^l},$$

$$\sigma_{l,\alpha} = U_l(1) = 1, \quad \tau_{l,\alpha} = \frac{dU_l(z)}{dz} \Big|_{z=1} = \frac{1 - \left(\frac{p}{1-q} \right)^l}{r \left(\frac{p}{1-q} \right)^l} < \infty, \quad \alpha = 1, 2. \quad (17)$$

დავუშვათ ახლა, რომ $l \rightarrow \infty$ ($n = l + m - 1 \rightarrow \infty$). მაშინ

$$U_m(z) = \frac{(1 - qz - rz) \left(\frac{rz}{1 - qz} \right)^m}{1 - z + pz \left(\frac{rz}{1 - qz} \right)^m},$$

$$\sigma_{m,\alpha} = U_m(1) = 1, \quad \tau_{m,\alpha} = \frac{dU_m(z)}{dz} \Big|_{z=1} = \frac{1 - \left(\frac{r}{1-q} \right)^m}{p \left(\frac{r}{1-q} \right)^m} < \infty, \quad \alpha = 1, 2. \quad (18)$$

თუკი $l \rightarrow \infty$ და $m \rightarrow \infty$, მაშინ $U_l(z) = 0$, $\forall x$ და

$$\sigma_{x,\alpha} = 0, \quad \tau_{x,\alpha} = \infty. \quad (19)$$

მაშასადამე,

$$\lim_{m \rightarrow \infty} U_l^{(n)}(z) = U_l(z), \quad \lim_{l \rightarrow \infty} U_l^{(n)}(z) = U_m(z), \quad \lim_{m \rightarrow \infty} U_l^{(n)}(z) = U_l(z) = 0.$$

ეს თანაფარდობები ასევე ამტკიცებს, რომ $\{G_{2n,2}(l, m)\}_{l=1}^{\infty}$, $\{G_{2n,2}(l, m)\}_{m=1}^{\infty}$ და $\{G_{2n,2}(l, m)\}_{l,m=1}^{\infty}$ სასრული ავტომატების მიმდევრობა კრებადია იმავე სტრუქტურის შესაბამისი $G_2(\infty, m)$, $G_2(l, \infty)$ და $G_2(\infty, \infty)$ უსასრულო ავტომატებისაკენ.

(17) - (19) ტოლობების საფუძველზე შეიძლება გავაკეთოთ დასკვნა, რომ:

1. $G_2(\infty, \infty)$ უსასრულო ავტომატის ქცევა $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$ გარემოში ინდიფერენტულია.

2. $G_2(\infty, m)$ უსასრულო ავტომატის ქცევა $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$ გარემოში:

მიზანშეწონილია, როცა $(1 - a_2)r_1 < (1 - a_1)r_2$;

არამიზანშეწონილია, როცა $(1 - a_2)r_1 > (1 - a_1)r_2$;

ინდიფერენტულია, როცა $(1 - a_2)r_1 = (1 - a_1)r_2$;

3. $G_2(l, \infty)$ უსასრულო ავტომატის ქცევა $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$ გარემოში:

მიზანშეწონილია, როცა $(1 - a_2)p_1 < (1 - a_1)p_2$;

არამიზანშეწონილია, როცა $(1 - a_2)p_1 > (1 - a_1)p_2$;

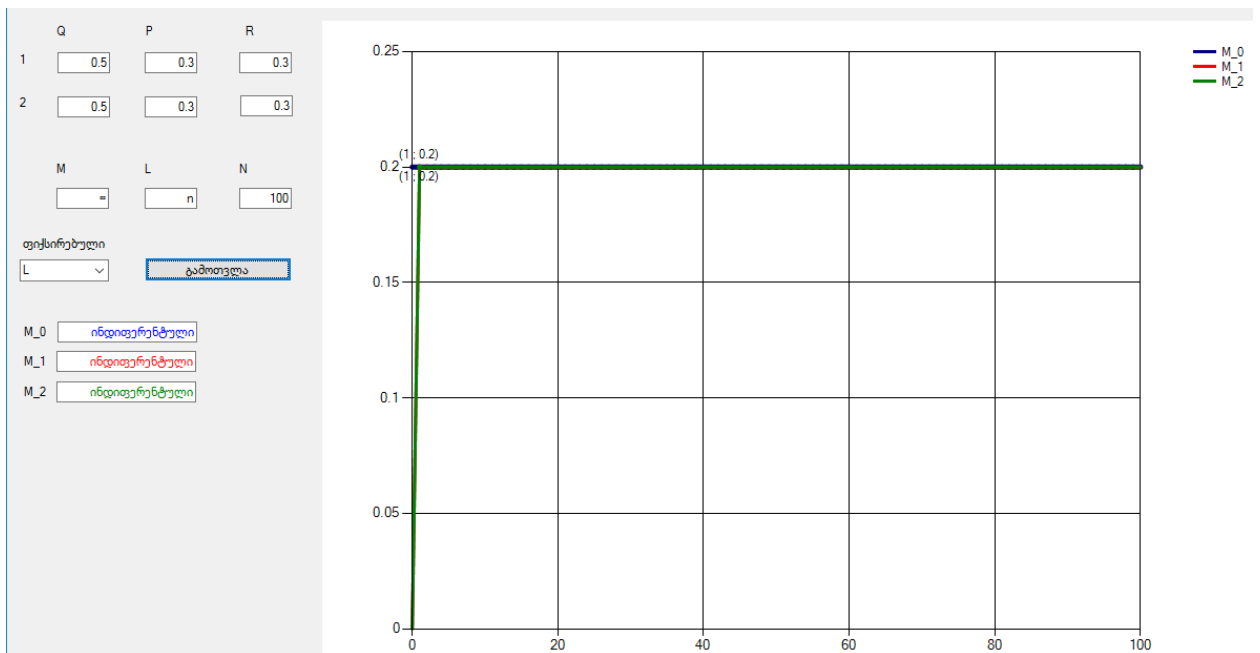
ინდიფერენტულია, როცა $(1 - a_2)p_1 = (1 - a_1)p_2$.

§ 4. ტერნარულ შემთხვევით გარემოში უსასრულო ავტომატების ქცევის

შედარებითი ანალიზი

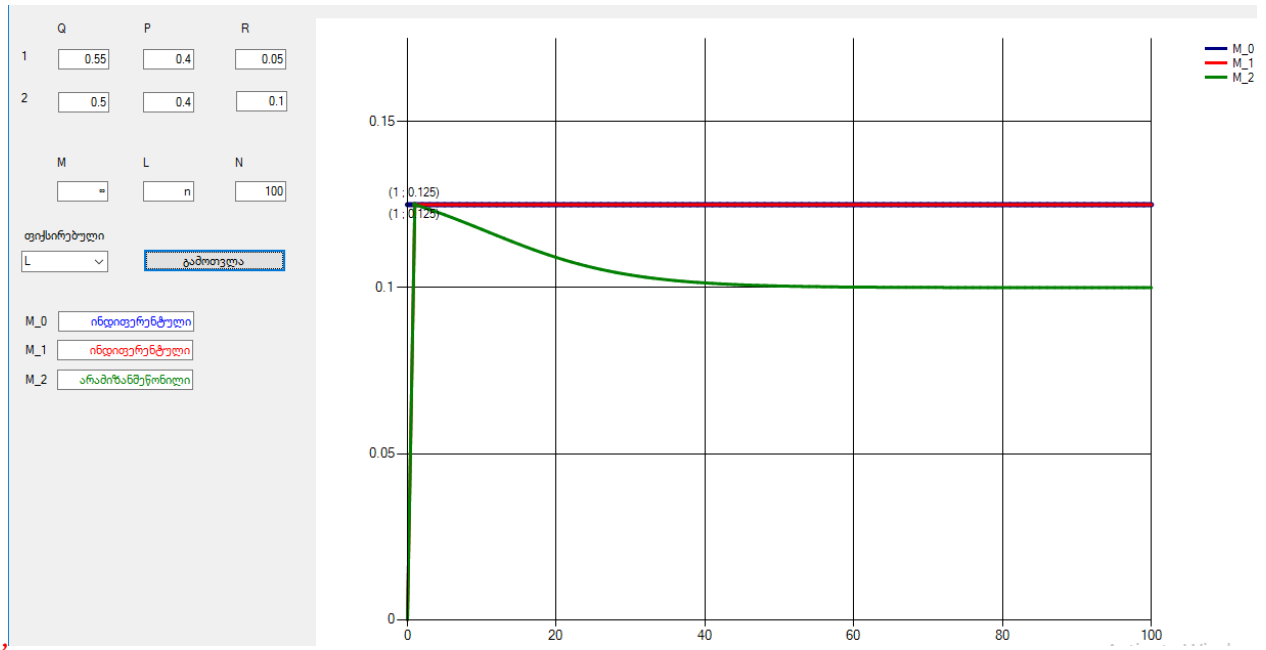
მოვიყვანოთ ტერნარულ შემთხვევით $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$ გარემოში უსასრულო $T_2(l, m)$ და $G_2(l, m)$ ავტომატების მოგების მათემატიკური მოლოდინის შესაბამისი გრაფიკები. შევნიშნოთ, რომ გრაფიკებზე დატანილი M_0 აღნიშვნა შეესაბამება ისეთი ავტომატის მოგების მათემატიკურ მოლოდინს, რომელიც მოქმედებას ირჩევს დამოუკიდებლად და თანაბარალობათურად. M_1 აღნიშვნა შეესაბამება $T_2(l, m)$ ავტომატის მოგების მათემატიკურ მოლოდინს, ხოლო M_2 აღნიშვნა - $G_2(l, m)$ ავტომატის მოგების მათემატიკურ მოლოდინს.

I. $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$ გარემოს პარამეტრებია: $a_1 = 0.2$, $a_2 = 0.2$, $r_1 = 0.3$, $r_2 = 0.3$. მაშინ $q_1 = 0.5$, $p_1 = 0.3$, $r_1 = 0.3$, ხოლო $q_2 = 0.5$, $p_2 = 0.3$, $r_2 = 0.3$.
 $M = \infty$ $L=[1,100]$ $N=100$



როგორც ვხედავთ, ასეთ გარემოში ორივე ავტომატის ქცევა ინდიფერენტულია.

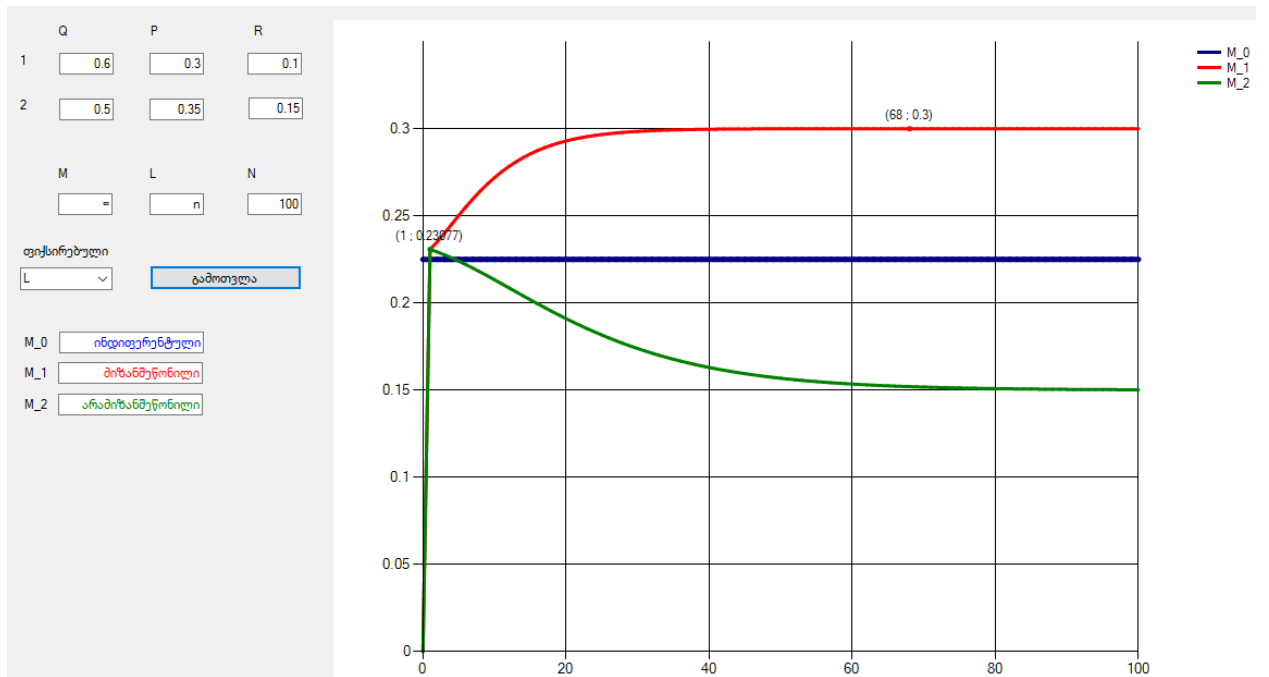
II. $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$ გარემოს პარამეტრებია: $a_1 = 0.15$, $a_2 = 0.1$, $r_1 = 0.05$, $r_2 = 0.1$. მაშინ $q_1 = 0.55$, $p_1 = 0.4$, $r_1 = 0.05$, ხოლო $q_2 = 0.5$, $p_2 = 0.4$, $r_2 = 0.1$.
 $M = \infty$ $L=[1,100]$ $N=100$



ასეთ გარემოში $T_2(l, m)$ ავტომატის ქცევა ინდიფერენტულია, ხოლო $G_2(l, m)$ ავტომატის ქცევა არამიზანშეწონილი.

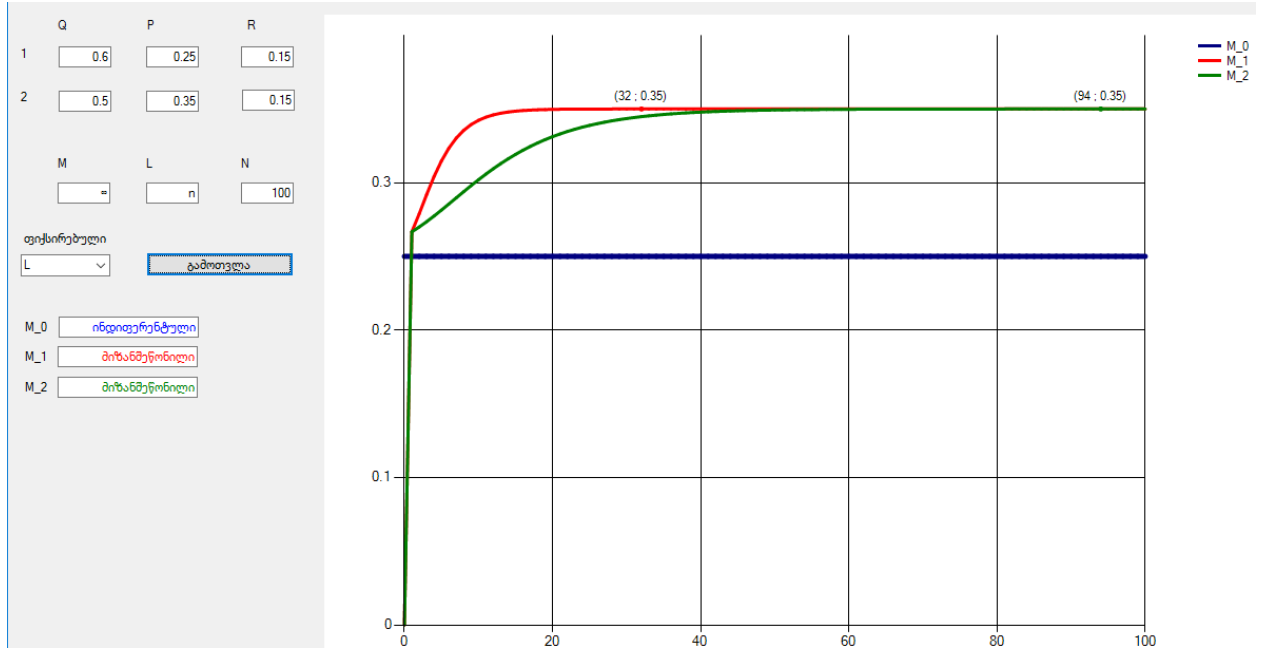
III. $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$ გარემოს პარამეტრებია: $a_1 = 0.3$ $a_2 = 0.15$ $r_1 = 0.1$ $r_2 = 0.15$. მაშინ $Q_1 = 0.6$ $P_1 = 0.3$ $R_1 = 0.1$, ხოლო $Q_2 = 0.5$ $P_2 = 0.35$ $R_2 = 0.15$.

$M = \infty$, $L=[1,100]$, $N=100$, M_1 ავტომატი მაქსიმუმს აღწევს როცა $L = 68$



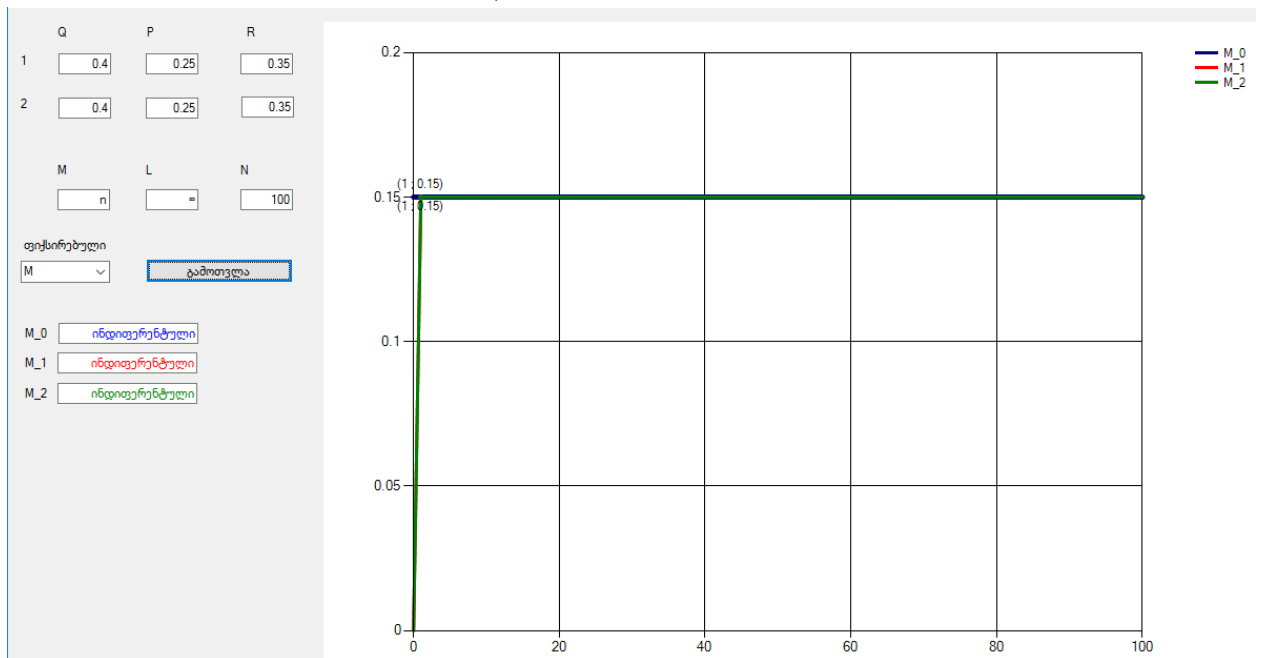
ასეთ გარემოში $T_2(l, m)$ ავტომატის ქცევა მიზანშეწონილია, ხოლო $G_2(l, m)$ ავტომატის ქცევა - არამიზანშეწონილი.

IV. $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$ გარემოს პარამეტრებია: $a_1 = 0.35$ $a_2 = 0.15$ $r_1 = 0.15$ $r_2 = 0.15$.
 მაშინ $Q_1 = 0.6$ $P_1 = 0.25$ $R_1 = 0.15$, ხოლო $Q_2 = 0.5$ $P_2 = 0.35$ $R_2 = 0.15$.



ასეთ გარემოში ორივე ავტომატის ქცევა მიზანშეწონილია.

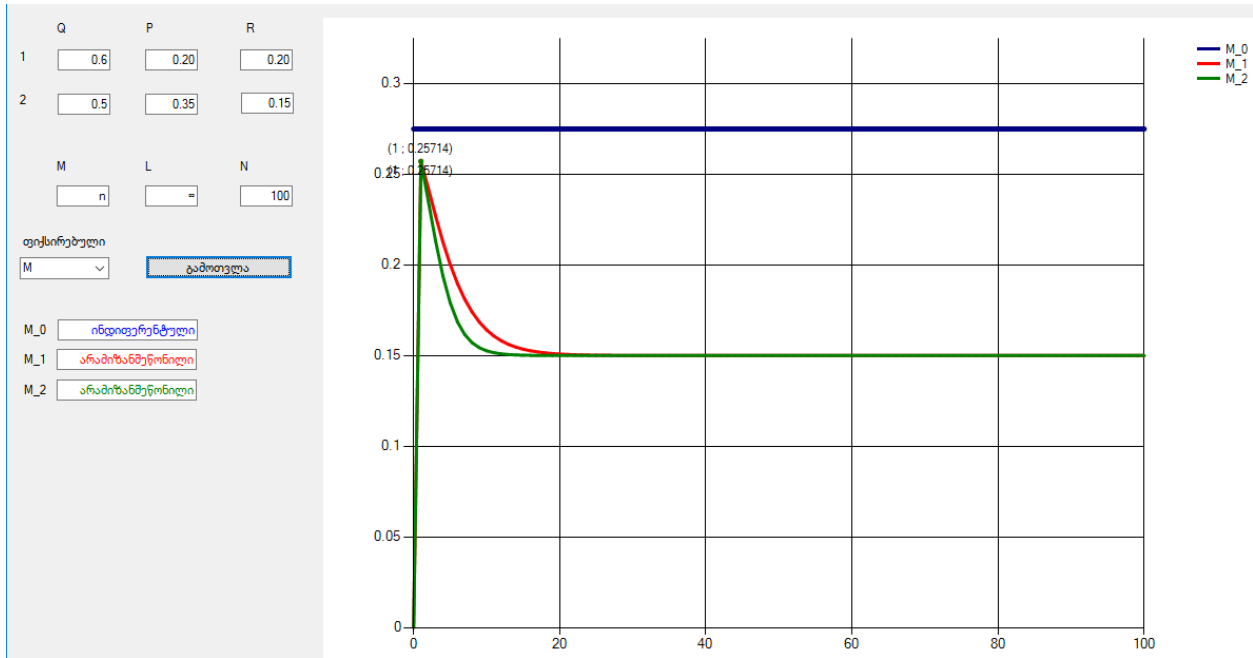
V. $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$ გარემოს პარამეტრებია: $a_1 = 0.15$ $a_2 = 0.25$ $r_1 = 0.35$ $r_2 = 0.35$.
 მაშინ $Q_1 = 0.4$ $P_1 = 0.25$ $R_1 = 0.35$, ხოლო $Q_2 = 0.4$ $P_2 = 0.25$ $R_2 = 0.35$.



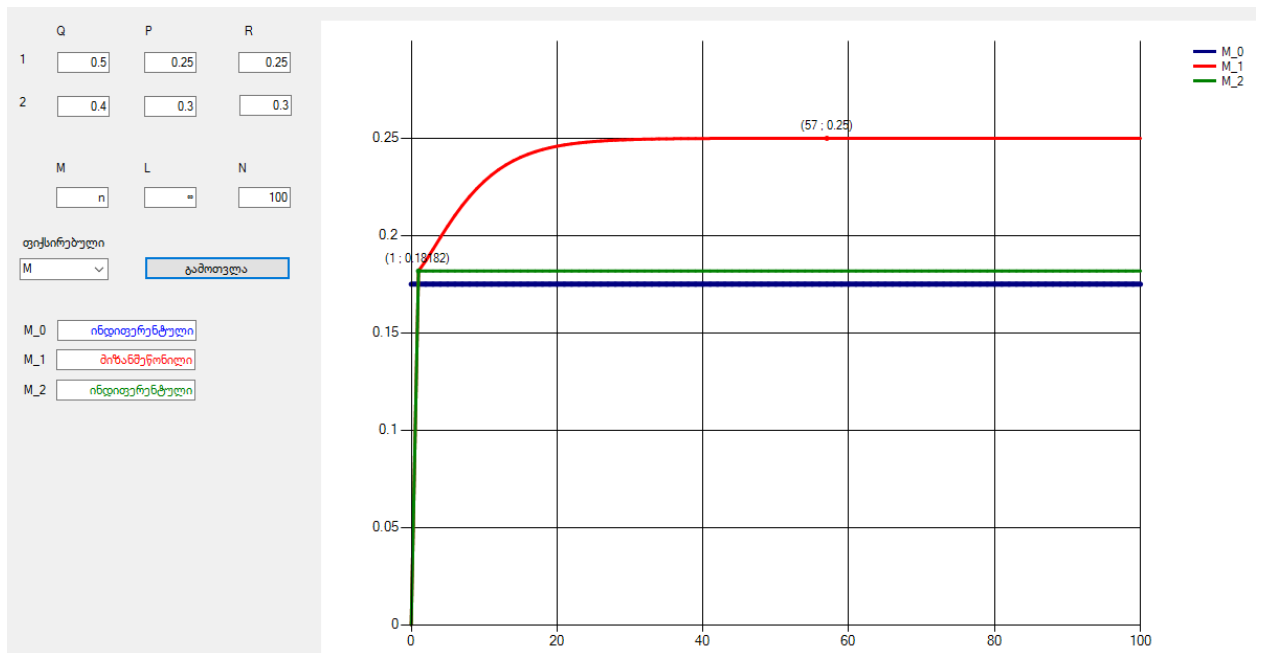
როგორც ვხედავთ, ასეთ გარემოში ორივე ავტომატის ქცევა ინდიფერენტულია.

V I. $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$ გარემოს პარამეტრებია: $a_1 = 0.4$ $a_2 = 0.15$ $r_1 = 0.2$ $r_2 = 0.15$. მაშინ $Q_1 = 0.6$ $P_1 = 0.2$ $R_1 = 0.2$, ხოლო $Q_2 = 0.5$ $P_2 = 0.35$ $R_2 = 0.15$.

როგორც ვხედავთ, ასეთ გარემოში ორივე ავტომატის ქცევა არამიზანშეწონილია.

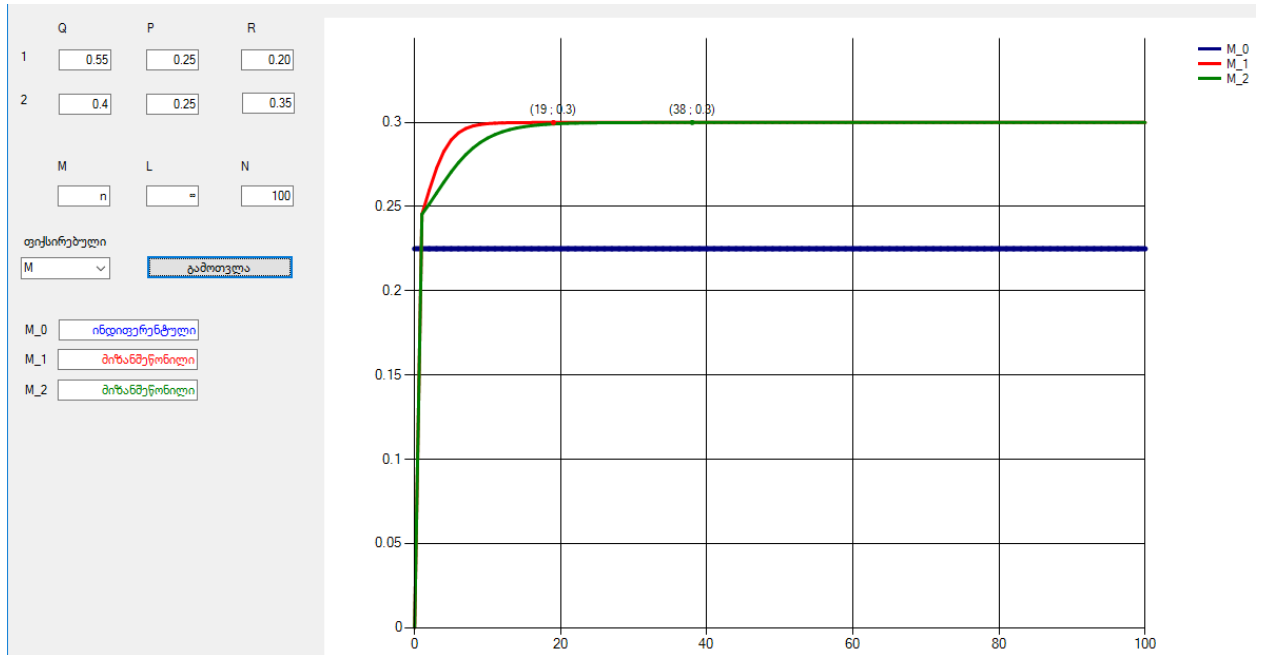


V II. $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$ გარემოს პარამეტრებია: $a_1 = 0.25$ $a_2 = 0.1$ $r_1 = 0.25$ $r_2 = 0.3$. მაშინ $Q_1 = 0.5$ $P_1 = 0.25$ $R_1 = 0.25$, ხოლო $Q_2 = 0.4$ $P_2 = 0.3$ $R_2 = 0.3$.



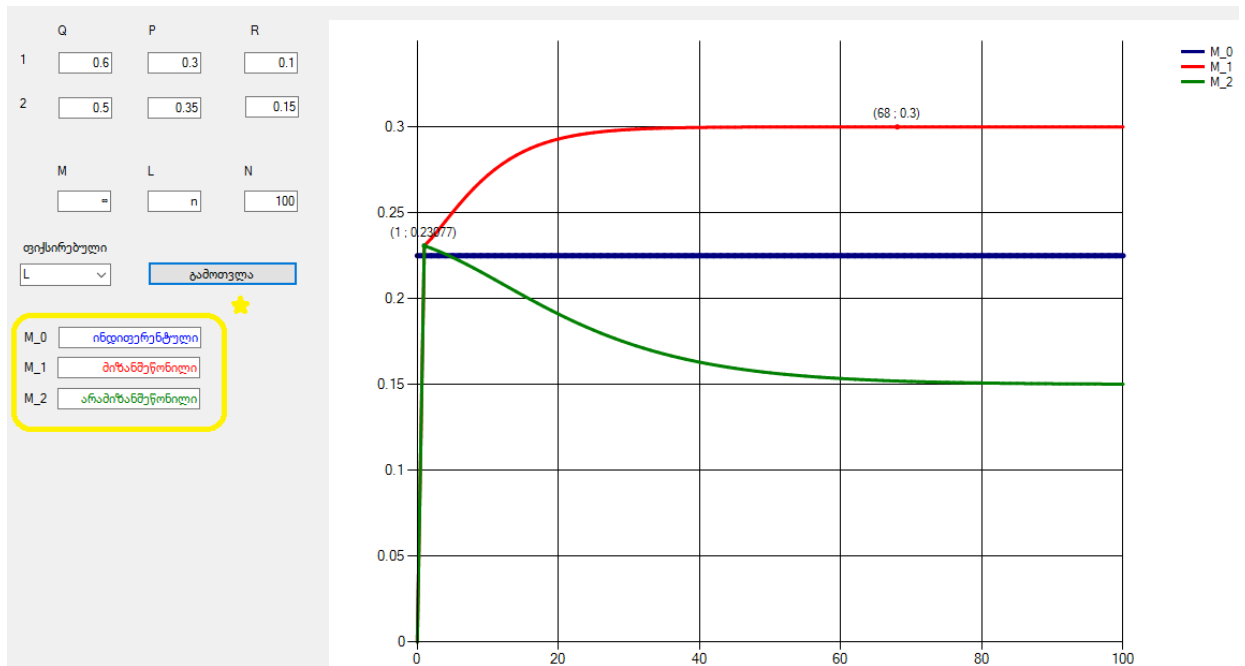
ასეთ გარემოში $T_2(l, m)$ ავტომატის ქცევა მიზანშეწონილია, ხოლო $G_2(l, m)$ ავტომატის ქცევა - ინდიფერენტული.

V III. $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$ გარემოს პარამეტრებია: $a_1 = 0.3$ $a_2 = 0.15$ $r_1 = 0.2$ $r_2 = 0.2$. მაშინ $Q_1 = 0.55$ $P_1 = 0.25$ $R_1 = 0.2$, ხოლო $Q_2 = 0.4$ $P_2 = 0.25$ $R_2 = 0.35$.



ასეთ გარემოში ორივე ავტომატის ქცევა მიზანშეწონილია.

IX. $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$ გარემოს პარამეტრებია: $a_1 = 0.3$ $a_2 = 0.15$ $r_1 = 0.1$ $r_2 = 0.15$. მაშინ $Q_1 = 0.6$ $P_1 = 0.3$ $R_1 = 0.1$, ხოლო $Q_2 = 0.5$ $P_2 = 0.35$ $R_2 = 0.15$.



M_0 - ინდიფერენტული ავტომატი

M_1 - ავტომატი ტაქტიკით: ავტომატი ცვლის ქმედებას, თუ მის შესასვლელზე მიყოლებით შემოდის L სიგრძის დასჯის სიგნალი ან M სიგრძის ინდიფერენტულობა

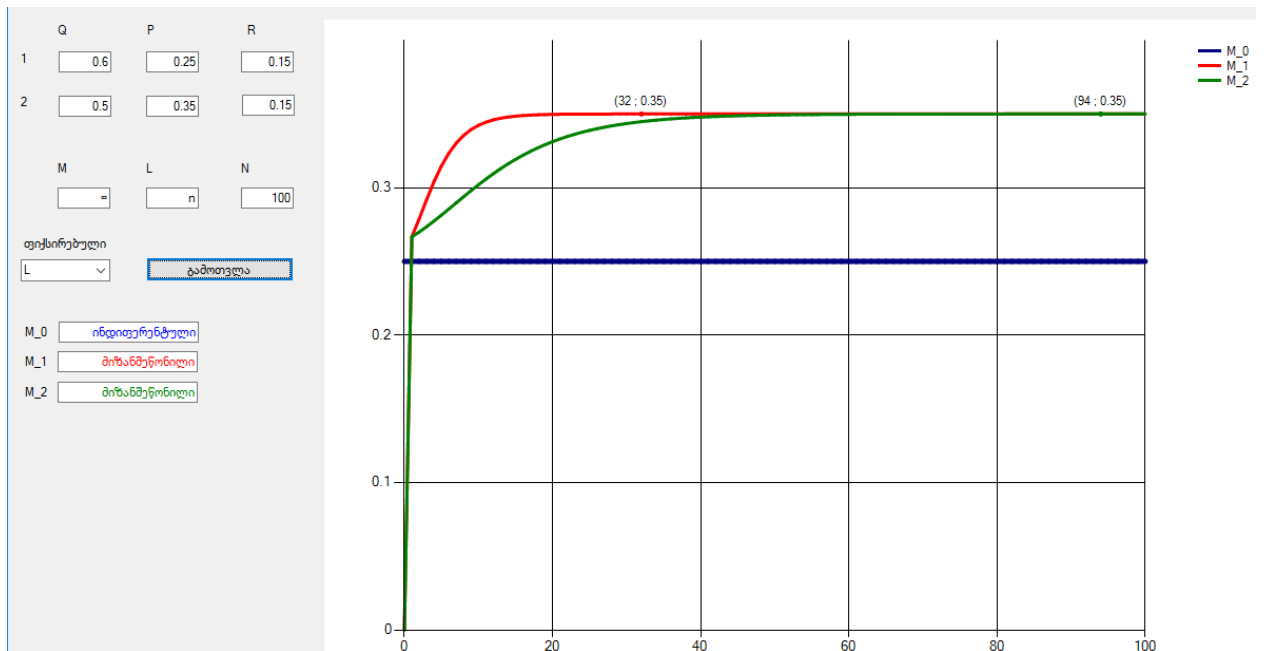
M_2 - ავტომატი ტაქტიკით: ავტომატი ცვლის ქმედებას თუ ის ჯაშში მიიღებს L რაოდენობის დასჯას ინდიფერენტულობის პირველ გამოჩენამდე, ან M რაოდენობის ინდიფერენტულობას დასჯის პირველ გამოჩენამდე

x ღერძი შეესაბამება ფიქსირებულ სიგნალს (L ან M) რომელიც არჩეულია, y ღერძი კი τ_x -ს, მისი მაქსიმალური მნიშვნელობები მოწიშნულია გრაფზე წერტილებად.

★ - თეორიული შედეგები ავტომატების ქცევასთან დაკავშირებით, (Q1.P1.R1) და (Q2.P2.R2) ალბათობებზე დაყრდნობით. Q - მოგება, P - წაგება, R - ინდიფერენტულობა.

ასეთ გარემოში $T_2(l, m)$ ავტომატის ქცევა მიზანშეწონილია, ხოლო $G_2(l, m)$ ავტომატის ქცევა - არამიზანშეწონილი.

X. $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$ გარემოს პარამეტრებია: $a_1 = 0.35$ $a_2 = 0.15$ $r_1 = 0.15$ $r_2 = 0.15$. მაშინ $Q_1 = 0.6$ $P_1 = 0.25$ $R_1 = 0.15$, ხოლო $Q_2 = 0.5$ $P_2 = 0.35$ $R_2 = 0.15$.



ასეთ გარემოში ორივე ავტომატის ქცევა მიზანშეწონილია.

დასკვნა

მიღებული თეორიული შედეგებისა და შესაბამისი გრაფიკების ანალიზის საფუძველზე შეიძლება დავასკვნათ, რომ არსებობს ისეთი გარემოები, რომლებშიც ფუნქციონირებისას ან ორივე ავტომატის ქცევა ინდიფერენტულია, ან ორივეს ქცევა მიზანშეწონილი, ან $T_2(l, m)$ ავტომატის ქცევა მიზანშეწონილია, ხოლო $G_2(l, m)$ ქცევა ინდიფერენტული ან არამიზანშეწონილი. იმ შემთხვევაში კი, როცა ორივე ავტომატი მიზანშეწონილია, $T_2(l, m)$ ავტომატის საშუალო მოგება $C(a_1, r_1; a_2, r_2)$ გარემოში უფრო, მეტია ვიდრე $G_2(l, m)$ ავტომატის საშუალო მოგება. ე.ი. ასეთ შემთხვევებში $T_2(l, m)$ ავტომატის ქცევა უფრო მიზანშეწონილია, ვიდრე $G_2(l, m)$ ავტომატის ქცევა.

გამოყენებული ლიტერატურა

1. Цетлин М. Л. Исследование по теории автоматов и моделированию биологических систем. М., Наука, 1969.
2. Срагович В. Г. Теория адаптивных систем. М., Наука, 1976.
3. Королюк В. С., Плетнев А. И., Эйдельман С. Д. Автоматы. Блуждания. Игры. Успехи математических наук. Т. 43, вып. 1(259), 1988.
4. Хведелидзе Т. Д. Об одной конструкции конечного автомата в стационарной случайной среде с тремя классами реакций. ქ.ე.ს.ე. კომპიუტერული მეცნიერებები და ტელეკომუნიკაციები <http://gesj. Internet-academy. Org.ge> N2(34), 2012.
5. Хведелидзе Т. Д. Церцвадзе Г.Н. Анализ поведения конечного стохастического автомата в тернарной стационарной случайной среде. ქ.ე.ს.ე. კომპიუტერული მეცნიერებები და ტელეკომუნიკაციები <http://gesj. Internet-academy. Org.ge> N2(46), 2015.
6. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и его приложения. т.1, М., Мир, 1967.
7. T. Khvedelidze, I. Aslanishvili. On one Construction of a Finite Automaton. Proceedings of the EUROPEAN COMPUTING CONFERENCE (ECC' 09) Tbilisi, Georgia, iune26-28, 2009.

დანართი

გამოთვლებისა და გრაფიკების ვიზუალური წარმოდგენისათვის გამოყენებულია C#-ის სტანდარტული ბიბლიოთეკა „System.Windows.Forms.DataVisualization.Charting“ . პროგრამის მუშაობისათვის საჭიროა „NET Framework 4.5+“-ის დაყენება და Automaton.exe ფაილის გაშვება.

	Q	P	R
1	<input type="text" value="0.6"/>	<input type="text" value="0.3"/>	<input type="text" value="0.1"/>
2	<input type="text" value="0.5"/>	<input type="text" value="0.35"/>	<input type="text" value="0.15"/>

აქ ხდება შესაბამისი ალბათობების შეყვანა(Q-მოგება, P-წაგება, R-ინდიფერენტულობა), ისე რომ, $Q_1+P_1+R_1 = 1$, $Q_2+P_2+R_2 = 1$ და $Q_1-P_1 \geq Q_2-P_2$.

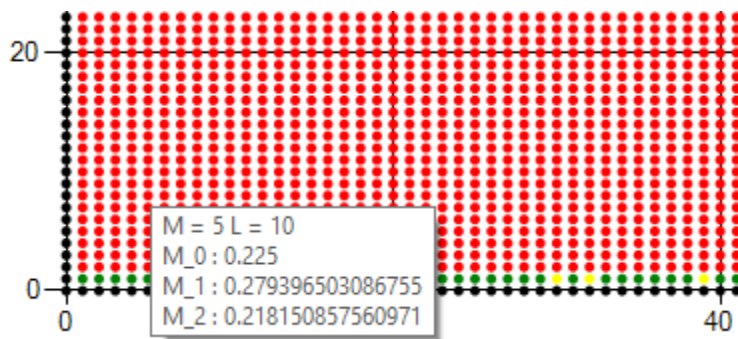
M	=	L	n	N	100
---	---	---	---	---	-----

M - მოგების მდგომარეობათა რაოდენობა, L - წაგების მდგომარეობათა რაოდენობა.

ფიქსირებული

L

ფიქსირებულში L-ის არჩევის შემთხვევაში დაითვლება ავტომატების მოგების ალბათობა როცა L იცვლება 1-დან N-ის ჩათვლით, ხოლო M უსასრულოა, L-ს შეესაბამება X ღერძი, ხოლო მოგების ალბათობას Y. M-ის არჩევის შემთხვევაშიც იგივე პრინციპია. B -ს არჩევის შემთხვევაში კი მიიღება მატრიცა M-ის და L-ის მნიშვნელობების ყველა წყვილისათვის ალბათობის გამოთვლით, სადაც თითოეული იცვლება 1-დან N-მდე, შესაბამისი ალბათობა კი ჩანს მაუსის წერტილთან მიტანით,



ამ შემთხვევაში გრაფიკზე X ღერძი შეესაბამება M-ს, ხოლო Y L-ს.

M_0

M_1

M_2

აქ ჩანს თეორიული შედეგები, რომელიც მიღებულია შეყვანილ პარამეტრებზე დაყრდნობით შემდეგი ფორმულით, იმის მიხედვით უსასრულო რაოდენობა წაგებებისაა თუ ინდიფერენტულობების :

```

if (comboBoxType.Text == "M")
{
    if (R_VEC[0] < R_VEC[1])
        textBoxM1.Text = "მიზანშეწონილი";
    else if (R_VEC[0] > R_VEC[1])
        textBoxM1.Text = "არამიზანშეწონილი";
    else
        textBoxM1.Text = "ინდიფერენტული";

    if ((1 - A_VEC[1]) * R_VEC[0] < (1 - A_VEC[0]) * R_VEC[1])

```

```

        textBoxM2.Text = "მიზანშეწონილი";
    else if ((1 - A_VEC[1]) * R_VEC[0] > (1 - A_VEC[0]) * R_VEC[1])
        textBoxM2.Text = "არამიზანშეწონილი";
    else
        textBoxM2.Text = "ინდიფერენტული";
}
else if (comboBoxType.Text == "L")
{
    if (P_VEC[0] < P_VEC[1])
        textBoxM1.Text = "მიზანშეწონილი";
    else if (P_VEC[0] > P_VEC[1])
        textBoxM1.Text = "არამიზანშეწონილი";
    else
        textBoxM1.Text = "ინდიფერენტული";

    if ((1 - A_VEC[1]) * R_VEC[0] > (1 - A_VEC[0]) * R_VEC[1])
        textBoxM2.Text = "მიზანშეწონილი";
    else if ((1 - A_VEC[1]) * R_VEC[0] < (1 - A_VEC[0]) * R_VEC[1])
        textBoxM2.Text = "არამიზანშეწონილი";
    else
        textBoxM2.Text = "ინდიფერენტული";
}
}

```

გრაფიკების ასაგებლად გამოყენებული სტატისტიკური მახასიათებლები კი გამოთვლილია შემდეგი ფუნქციებით:

```

double TAU_FUNC_1(Int64 a)
{
    double a1, a2;
    a1 = (1 - Math.Pow(P_VEC[a], L)) * (1 - Math.Pow(R_VEC[a], M));
    a2 = (1 - P_VEC[a]) * Math.Pow(P_VEC[a], L) + (1 - R_VEC[a]) * Math.Pow(R_VEC[a], M)
        - (1 + Q_VEC[a]) * Math.Pow(P_VEC[a], L) * Math.Pow(R_VEC[a], M);
    return a1 / a2;
}

double TAU_FUNC_1L(Int64 a)
{
    double a1, a2;
    a1 = (1 - Math.Pow(P_VEC[a], L)) ;
    a2 = (1 - P_VEC[a]) * Math.Pow(P_VEC[a], L);
    return a1 / a2;
}

double TAU_FUNC_1M(Int64 a)
{
    double a1, a2;
    a1 = (1 - Math.Pow(R_VEC[a], M));
    a2 = (1 - R_VEC[a]) * Math.Pow(R_VEC[a], M);
    return a1 / a2;
}

double TAU_FUNC_2(Int64 a)
{
    double a1, a2;
    a1 = Math.Pow(1 - Q_VEC[a], M + L) - Math.Pow(1 - Q_VEC[a], M) * Math.Pow(P_VEC[a], L) -
        Math.Pow(1 - Q_VEC[a], L) * Math.Pow(R_VEC[a], M) + Math.Pow(P_VEC[a], L) *
        Math.Pow(R_VEC[a], M);
    a2 = Math.Pow(1 - Q_VEC[a], M) * R_VEC[a] * Math.Pow(P_VEC[a], L) + Math.Pow(1 -
        Q_VEC[a], L) * P_VEC[a] * Math.Pow(R_VEC[a], M) - (1 - Q_VEC[a]) * Math.Pow(P_VEC[a],
        L) * Math.Pow(R_VEC[a], M);
    return a1 / a2;
}

```

```

double TAU_FUNC_2M(Int64 a)
{
    double a1, a2;
    a1 = 1 - Math.Pow((R_VEC[a] / (1 - Q_VEC[a])), M);
    a2 = P_VEC[a] * Math.Pow((R_VEC[a] / (1 - Q_VEC[a])), M);
    return a1 / a2;
}
double TAU_FUNC_2L(Int64 a)
{
    double a1, a2;
    a1 = 1 - Math.Pow((P_VEC[a] / (1 - Q_VEC[a])), L);
    a2 = R_VEC[a] * Math.Pow((P_VEC[a] / (1 - Q_VEC[a])), L);
    return a1 / a2;
}

```

მოგების საშუალო ალბათობები, ავტომატის ტიპისა და უსასრულო რაოდენობის წაგებების ან ინდიფერენტულობების შემთხვევაში ითვლება შემდეგი ფუნქციებით :

```

double M2_FUNC()
{
    double a1 = 0, a2 = 0, t = 0;
    for (int i = 0; i < K; i++)
    {
        t = TAU_FUNC_2(i);
        a1 += A_VEC[i] * t;
        a2 += t;
        TAU_VEC[i] = t;
    }
    return a1 / a2;
}
double M2_FUNC_M()
{
    double a1 = 0, a2 = 0, t = 0;
    for (int i = 0; i < K; i++)
    {
        t = TAU_FUNC_2M(i);
        a1 += A_VEC[i] * t;
        a2 += t;
        TAU_VEC[i] = t;
    }
    return a1 / a2;
}
double M2_FUNC_L()
{
    double a1 = 0, a2 = 0, t = 0;
    for (int i = 0; i < K; i++)
    {
        t = TAU_FUNC_2L(i);
        a1 += A_VEC[i] * t;
        a2 += t;
        TAU_VEC[i] = t;
    }
    return a1 / a2;
}
double M1_FUNC()
{
    double a1 = 0, a2 = 0, t=0;
    for (int i = 0; i < K; i++)
    {
        t = TAU_FUNC_1(i);
        a1 += A_VEC[i] * t;
    }
}

```



```

        a2 += t;
        TAU_VEC[i] = t;
    }
    return a1 / a2;
}
double M1_FUNC_M()
{
    double a1 = 0, a2 = 0, t = 0;
    for (int i = 0; i < K; i++)
    {
        t = TAU_FUNC_1M(i);
        a1 += A_VEC[i] * t;
        a2 += t;
        TAU_VEC[i] = t;
    }
    return a1 / a2;
}
double M1_FUNC_L()
{
    double a1 = 0, a2 = 0, t = 0;
    for (int i = 0; i < K; i++)
    {
        t = TAU_FUNC_1L(i);
        a1 += A_VEC[i] * t;
        a2 += t;
        TAU_VEC[i] = t;
    }
    return a1 / a2;
}
double M0_FUNC()
{
    double res = 0;
    for (int i = 0; i < K; i++)
        res += A_VEC[i];
    return res / K;
}

```

ამ შედეგების გრაფიკზე გამოსახვა ხდება შემდეგი ფრაგმენტით:

```

for (int i = defm; i <= N+defm; i++)
{
    M = i;
    for (int j = defl; j <= N+defl; j++)
    {
        L = j;
        m1s = M1_FUNC();
        m2s = M2_FUNC();

        DataPoint dp = new DataPoint(i, j);
        dp.MarkerStyle = MarkerStyle.Circle;
        dp.MarkerSize = 5;
        dp.ToolTip = "M = "+i+" L = "+j+"\nM_0 : "+m0+"\nM_1 : "+m1s+"\nM_2 : "+m2s;

        if (m0 > m1s)
        {
            if (m0 > m2s) dp.Color = Color.Blue;
            else if (m0 < m2s) dp.Color = Color.Green;
            else dp.Color = Color.Aqua;
        }
        else if (m0 < m1s) {
            if (m1s > m2s) dp.Color = Color.Red;
            else if (m1s < m2s) dp.Color = Color.Green;
        }
    }
}

```

```
        else dp.Color = Color.Yellow;
    }
    else{
        if (m1s > m2s) dp.Color = Color.Fuchsia;
        else if (m1s < m2s) dp.Color = Color.Green;
        else dp.Color = Color.Black;
    }
    chartM.Series[0].Points.Add(dp);
    chartM.Series[0].ToolTip = "";
}
}
```